

The twin paradox revisited

(tijdreizen voor beginners)
door Ernst.

De speciale relativiteitstheorie (vereenvoudigd).

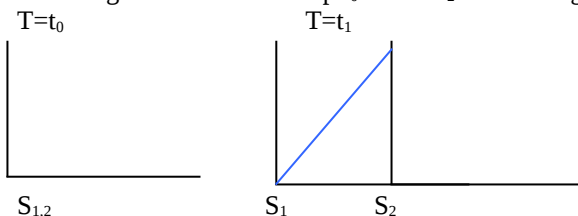
Definieer een Inertiaal Stelsel (IS) als een (assen-)stelsel van ruimte en tijd waarbinnen de wetten van inertie (lees Newton en Coulomb) gelden. Elk stilstaand stelsel is dan een IS en tevens elk stelsel dat zich met een constante snelheid beweegt t.o.v. een IS.

Binnen deze stelsels is geen verschil merkbaar tussen bewegende en stilstaande stelsels en alle natuurconstanten hebben in al deze stelsels dezelfde waarden.

Omdat de lichtsnelheid in vacuüm (c) direct uit 2 natuurconstanten af te leiden is namelijk de elektrische- en magnetische permeabiliteit van het vacuüm (volgens $c=1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$) moet ook de lichtsnelheid in elk IS gelijk zijn.

De Lorentztransformatie.

Definieer 2 IS's, S_1 en S_2 , waarvan de x-as continue samenvalt en op tijdstip 0 (t_0) de y-as ook. (denk aan een trein S_2 die met constante snelheid rijdt langs de x-as van S_1) Deze stelsels hebben een onderlinge snelheid van v . Op t_0 stuurt S_2 een lichtsignaal langs zijn y-as.



Binnen S_2 heeft het signaal alleen een (vertikaal) traject afgelegd langs de y-as maar binnen S_1 heeft het een schuin en daardoor langer traject afgelegd.

Als het signaal volgens S_1 een afstand x heeft afgelegd dan geldt binnen S_2 een afstand van $x\sqrt{1-(v/c)^2}$. (volgt uit de stelling van Pythagoras)

Omdat de lichtsnelheid voor beide stelsels gelijk is moet er voor S_2 dus minder tijd verstreken zijn. (dit wordt tijdsdilatie genoemd)

Omdat ze hun onderlinge snelheid even groot waarnemen moet S_2 ook hun onderlinge afstand kleiner zien. (dit wordt Lorentzcontractie genoemd)

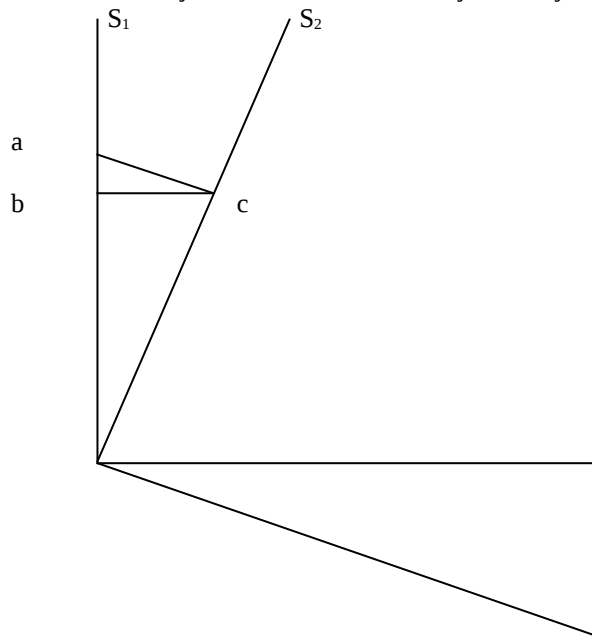
De tijdsdilatie en Lorentzcontractie samen heten de Lorentztransformatie.

De formules van de Lorentztransformatie zijn iets ingewikkelder dan hier omdat ze iets universeler opgezet zijn dan hier.

Hier zitten nog een paar consequenties en merkwaardigheden aan:

- Verschillende IS's zijn niet van elkaar te onderscheiden dus als volgens S_1 de tijd van S_2 langzamer loopt, moet volgens S_2 de tijd van S_1 langzamer lopen (en ze hebben beide gelijk), verklaring volgt.
- Voor voorvallen die door ruimte gescheiden zijn geldt geen absolute gelijktijdigheid. D.w.z. 2 voorvallen die volgens S_1 gelijktijdig zijn hoeven dat voor S_2 niet te zijn (als ze niet ook op dezelfde plaats plaatsvinden).

Hoe kan S_1 de tijd van S_2 korter zien terwijl S_2 de tijd van S_1 korter ziet?



Stel je voor dat de beweging van S_2 een draaiing van het stelsel t.o.v. S_1 tot gevolg heeft.
 Als er dan voor S_1 een tijd a verstreken is, vergelijkt S_1 dat met een tijd c in S_2 , terwijl S_2 een tijd c vergelijkt met b in S_1 .
 En $a > c > b$.

De belangrijkste stap die genomen moet worden is het bewust worden van het feit dat tijd niet universeel is en afstand evenmin. Eigenlijk is de relativiteitstheorie dan heel vanzelfsprekend....

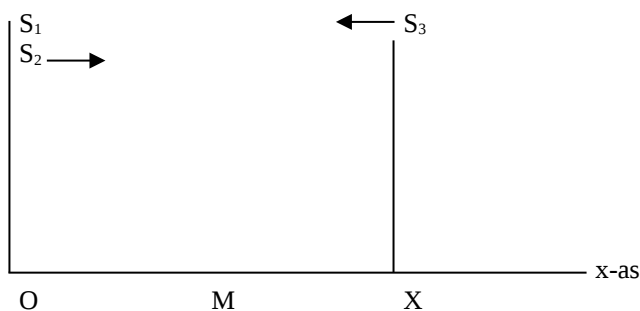
Laat alles even bezinken en dan komt nu...

De tweelingparadox.

(let goed op dat de juiste uitgangspunten genomen worden)

Definieer 3 IS's.

1. S_1 staat stil. (voor het gemak)
2. S_2 vertrekt op t_0 vanuit de oorsprong van S_1 met een snelheid v langs de x-as van S_1 .
3. Op t_0 (S_1) stuurt S_1 een lichtsignaal langs zijn y-as.
4. Op t_1 (S_1) wordt dat lichtsignaal gereflecteerd in een spiegel.
5. Op t_2 (S_1) komt het lichtsignaal terug in de oorsprong.
6. Op t_2 (S_1) komt het stelsel S_3 met snelheid $-v$ aan in de oorsprong van S_1 .
7. (t.o.v. S_1 bewegen S_2 en S_3 met gelijke maar tegengestelde snelheid)
8. Op t_0 (S_1) staat S_3 in punt X op de x-as van S_1 .

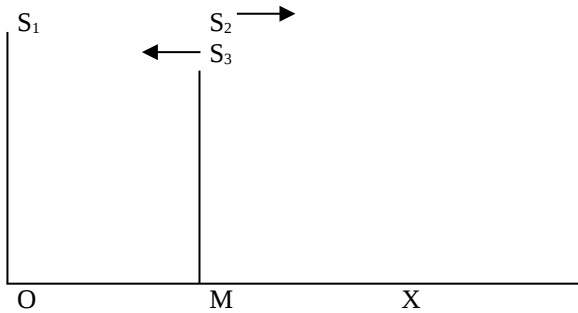


Tijdstip t_0 (S_1)

S_1 en S_2 en het lichtsignaal bevinden zich in O.

S_3 bevindt zich in X.

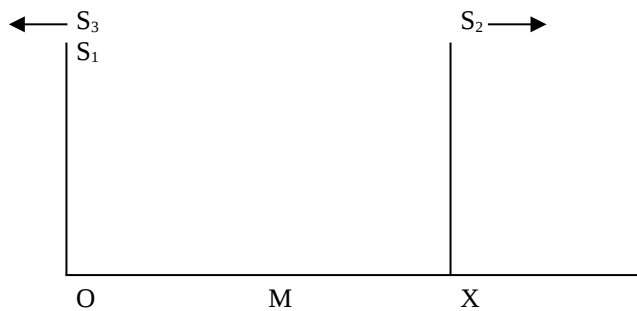
De tijd tussen t_0 en t_1 is even groot als de tijd tussen t_1 en t_2 omdat het licht dezelfde afstand aflegt in die tijd. Omdat S_2 en S_3 met gelijke snelheid bewegen komen ze elkaar in het midden (M) van O en X tegen. Voor S_1 gebeurt dit op hetzelfde moment als de reflectie van het lichtsignaal.



Tijdstip t_1

Het lichtsignaal wordt (in S_1) gereflecteerd op de y-as.

S_2 passeert M gelijktijdig met S_3 (niet in ruimte gescheiden dus voor iedereen gelijktijdig)



Tijdstip t_2

Het lichtsignaal komt (in S_1) weer terug in O, samen met S_3 .

S_2 passeert X gezien vanuit S_1 .

Omdat het lichtsignaal geen afstand aflegt in de x-richting geldt er geen Lorentzcontractie voor de afstand die het licht aflegt in elk van deze stelsels.

Omdat S_2 en S_3 dezelfde snelheid hebben t.o.v. S_1 geldt er een zelfde tijdsdilatatie.

Op het moment dat het lichtsignaal volgens S_1 reflecteert (en S_2 en S_3 elkaar passeren), is er voor S_2 nog niet voldoende tijd verstreken voor het licht om de afstand tot de spiegel af te leggen. Dus volgens S_2 komt S_3 langs (in M) vóór de reflectie van het lichtsignaal.

Van S_3 weet ik alleen dat deze samen met het lichtsignaal in O aankomt (gelijktijdig en op dezelfde plaats). Omdat voor S_3 de tijd langzamer loopt dan voor S_1 , is er, terugrekenend, onvoldoende tijd verstreken tijdens de reis van M naar O voor het licht om de afstand van de spiegel tot O af te leggen. Dus voor S_3 geldt dat op het moment dat S_2 passeert het lichtsignaal al gereflecteerd is.

M.a.w. op het moment dat S_2 en S_3 elkaar in M passeren geldt voor S_2 dat het lichtsignaal zich nog voor de spiegel bevindt en voor S_3 dat het signaal al gereflecteerd is.

Een reiziger die vanuit S_2 overstapt naar S_3 maakt daarmee een sprong vooruit in de tijd zodat hij bij aankomst in O weer even oud is als zijn tweelingbroer.

Een reiziger die vanuit S_3 overstapt naar S_2 maakt daarmee een sprong terug in de tijd zodat hij de reflectie van het lichtsignaal nog een keer kan zien.

Let op dat de reiziger zich tijdens de overstap niet in een IS bevindt omdat hij aan een versnelling onderhevig is (en daardoor de wetten van inertie niet gelden).

Voor de tweelingparadox-verhalen worden meestal snelheden gekozen voor S_2 en S_3 in de orde van $2 \cdot 10^8$ m/s. Als de reiziger in 1 s omkeert maakt hij een versnelling door van $4 \cdot 10^8$ m/s² (ongeveer 40 miljoen g). Waarschijnlijk worden zijn atomen bij zo'n versnelling uit elkaar gerukt.